ФОРМИРОВАНИЕ МЕТОДИЧЕСКИХ УМЕНИЙ У БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ В ПРОЦЕССЕ ИЗУЧЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ДИСЦИПЛИН[1]

FORMATION OF METHODICAL SKILLS IN FUTURE MATHEMATICS TEACHERS DURING THE PROCESS OF STUDYING MATHEMATICAL DISCIPLINES

Капкаева Л.С.
Профессор кафедры математики ФГБОУ ВПО «Мордовский государственный педагогический институт им. М. Е. Евсевьева», доктор педагогических наук
E-mail: lskapkaeva@mail.ru

Kapkaeva L.S.
Doctor of Pedagogical Sciences, Professor of Mathematics, Mordovia State Pedagogical Institute after M. E. Evseveva
E-mail: lskapkaeva@mail.ru

Аннотация. В статье обоснована необходимость формирования методических умений у студентов педвуза в процессе изучения математических дисциплин. На примере математического анализа раскрыто содержание методической подготовки будущих учителей математики на лекциях, практических занятиях и в период самостоятельной работы.

Annotation. The article substantiates the need for the formation of methodical skills in pedagogical institute students during the process of studying mathematical disciplines. Through the example of mathematical analysis, the author reveals the contents of the methodical preparation of future mathematics teachers during lectures, workshops and independent work.

Ключевые слова. Учебная деятельность, учебно-познавательные действия, методические умения, методическая подготовка, математический анализ, тестовые задания.

Keywords. Educational activities, training and educational activities, methodical skills, methodical preparation, math analysis, tests.

[1] Статья подготовлена при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ за счет средств Программы стратегического развития ФГБОУ ВПО «Мордовский государственный педагогический институт имени М. Е. Евсевьева» на 2012–2016 гг. «Педагогические кадры для инновационной России».

Одной из важнейших задач в подготовке будущего учителя математики является формирование у него различных методических умений. Как подчеркивал член корреспондент РАО Г.И. Саранцев, «С развитием методики обучения математике, социальными изменениями в обществе, появлением новых образовательных идей ставится задача профессионально вооружить будущего учителя технологиями и технологическими приемами так, чтобы он мог не только ими пользоваться, но и развивать их дальше» [5, с. 3]. Эта задача должна решаться не только на занятиях по теории и методике обучения математике, но и в процессе изучения математических дисциплин.

В литературе выделены три группы методических умений учителя математики, которые формируются у студентов на занятиях по теории и методике обучения математике и в период педагогической практики [4, с. 11–12]. Однако, кроме этих умений, существуют ещё методические умения, которые необходимо формировать неразрывно с предметными. Охарактеризуем их.

В рамках концепции учебной деятельности умение трактуется как освоенное действие. При этом уровень его освоения может быть разным. Учебная деятельность реализуется с помощью определенных учебно-познавательных действий, которые, *во-первых,* являются в основе своей интеллектуальными; *во-вторых,* имеют двойственную природу. С одной стороны, есть действия, идущие непосредственно от изучаемого предмета. Например, в математическом анализе это: вычисление предела последовательности или функции, нахождение производной от функции одной переменной, интегрирование функции двух переменных, исследование числового (функционального) ряда на сходимость. Такие действия часто называют специфическими или предметными.

С другой стороны, есть действия общеучебные и общепознавательные, которые не связаны непосредственно с изучением той или иной учебной дисциплины, однако должны формироваться в определенной мере и использоваться при обучении конкретным учебным предметам. К ним относятся: анализ и синтез, сравнение и классификация, доказательство и подведение под понятие и др. Эти общие учебно-познавательные действия относятся также и к числу методических умений.

Как отмечал В.В. Давыдов, чтобы формировать учебные действия, необходимо придавать им конкретную форму, соответствующую тому или иному учебному предмету. Кроме того, учебные умения следует формировать на основе выполнения действий в процессе длительного усвоения конкретных «предметных знаний» [1, с. 164]. Этот тезис **подтверждает целесообразность формирования методических (учебно-познавательных) умений при изучении математических дисциплин в педагогическом вузе.**

Выделяют три уровня сформированности учебно-познавательных умений:

1) воспроизведения;

2) применения умений в аналогичной ситуации;

3) творческого использования умений в новой нестандартной ситуации.

Приведем примеры понятий и теорем из курса математического анализа [3], при изучении которых следует формировать методические умения (таблицы 1 и 2).

Необходимость формирования методических умений у будущих учителей математики в процессе изучения математических дисциплин обусловлена и тем, что в современ-

Таблица 1

Цепочки понятий-обобщений

№ п/п	Понятие 1	Понятие 2 (обобщение понятия 1)	Понятие 3 (обобщение понятия 2)
1.	Числовая последовательность	Действительная функция одной переменной	Действительная функция многих переменных
2.	Предел числовой последовательности	Предел функции одной переменной	Предел функции многих переменных
3.	Непрерывность функции одной переменной	Непрерывность функции двух переменных	Непрерывность функции многих переменных
4.	Экстремум функции одной переменной	Экстремум функции двух переменных	Экстремум функции многих переменных
5.	Производная и дифференциал функции одной переменной	Частные производные и частные дифференциалы функции двух переменных	Частные производные и частные дифференциалы функции многих переменных

Таблица 2

Аналогичные понятия и теоремы

№ п/п	Понятие 1 (теорема 1)	Понятие 2 (теорема 2), аналогичное понятию 1 (теореме 1)
1.	Числовой ряд и его абсолютная сходимость	Функциональный ряд и его абсолютная сходимость
2.	Сходимость числового ряда	Равномерная сходимость функционального ряда
3.	Критерий Коши сходимости числового ряда	Критерий Коши равномерной сходимости функционального ряда
4.	Определенный интеграл от функции одной переменной и его геометрический смысл	Двойной интеграл от функции двух переменных и его геометрический смысл
5.	Теорема о непрерывности суммы равномерно сходящегося функционального ряда	Теорема о непрерывности предельной функции равномерно сходящейся последовательности функций
6.	Теорема о почленном дифференцировании равномерно сходящегося функционального ряда	Теорема о дифференцировании предельной функции последовательности непрерывно дифференцируемых на отрезке $[a, b]$ функций
7.	Теорема о почленном интегрировании равномерно сходящегося функционального ряда	Теорема об интегрировании предельной функции равномерно сходящейся на отрезке $[a, b]$ последовательности функций

ной школе усиливается взаимосвязь методов обучения с методами науки, которую представляет данный учебный предмет. В связи с тем, что объем необходимых для человека знаний резко и быстро возрастает, задача овладения учащимися прочными знаниями, умениями и навыками дополняется задачей приобретения ими значительного интеллектуального потенциала, необходимого для самостоятельного отбора и переработки нужной информации, важнейшим элементом которого является умение творчески мыслить.

Поэтому становятся всё более востребованы методы обучения, ориентированные не на передачу готовых знаний, а самостоятельное приобретение новых знаний. Вот что отмечал по этому поводу И.Д. Зверев: «Основное развитие методов в том или ином учебном предмете идет по линии вооружения учащихся специфическими для данной области знаний методами в единстве с усвоением ведущих идей, законов, теорий, понятий, фактов» **[2, с. 9].** В математике такими специфическими методами являются аксиоматический метод, алгебраический и геометрический методы, метод математического моделирования. Овладение ими неразрывно связано с изучением соответствующих математических курсов в педагогическом вузе.

Раскроем подробно содержание методической подготовки будущих учителей, которая осуществляется на лекциях, практических занятиях и во время самостоятельной работы по математическому анализу – одной из базовых дисциплин в образовательной программе подготовки учителя математики. Для этого выделим необходимые требования к преподаванию и самостоятельному изучению этой дисциплины.

1. На лекциях эти требования сводятся к следующим:

1) мотивационный компонент вводимых понятий, теорем, методов должен быть усилен и ярко выражен;

2) формулировка определения понятия или теоремы по возможности должна предлагаться студентам на трех языках: естественном, аналитическом (буквенно-символическом) и геометрическом, предполагающем геометрическую интерпретацию понятия или содержания теоремы и описание их в геометрических терминах;

3) при доказательстве теорем (там, где это возможно) следует предлагать студентам задания типа: сформулировать обратную теорему и установить, верна она или нет, при положительном ответе доказать её; если теорема выражает необходимое условие, то правомерно задание: проверить, является ли это условие достаточным, и обратно, если это условие достаточное, проверить, является ли оно необходимым, привести соответствующие примеры; полезно представлять студентам схему доказательства теоремы, выделять главную его идею; аналогичные задания следует предлагать им для самостоятельной работы;

4) при введении понятий и доказательстве теорем следует также указывать на аналогии, предоставлять студентам возможность сформулировать по аналогии определение понятия или теорему, провести доказательство теоремы по аналогии с уже доказанной ранее;

5) при введении новых методов решения задач необходимо выделять действия, составляющие данный метод, или формулировать алгоритмическую схему, соответствую-

щую этому методу; задания на составление схемы метода или алгоритма могут предлагаться студентам и для самостоятельной работы;

6) важно предлагать студентам задания на обобщение изученного материала, его конкретизацию, учить их составлять соответствующие примеры;

7) необходимо включать в содержание лекций исторический материал, биографические справки ученых-математиков (эту часть лекции могут проводить сами студенты, выступая с краткими сообщениями по данной теме);

8) при изложении материала следует применять (где это целесообразно) мультимедийные средства, что послужит для студентов образцом их применения в школьной практике.

Аналогичные требования должны предъявляться к студентам при их ответах на экзаменах или зачетах по математическому анализу.

2. На практических занятиях обычно идет отработка теоретических знаний, полученных студентами на лекциях, или приемов и методов решения задач определенного типа (вида). Здесь же реализуются некоторые этапы формирования понятий после введения их на лекции, а именно:

– распознавание объектов, относящихся к понятию и представленных в аналитической или геометрической форме;

– выведение следствий из факта принадлежности объекта к данному понятию в случае, если этот объект представлен в геометрической или аналитической форме;

– решение задач и упражнений на применение данного понятия.

Соблюдение основных этапов формирования понятий при изучении математических дисциплин в педвузе позволит студентам закрепить в сознании определенную методическую схему, следуя которой они должны будут формировать математические понятия в школе (хотя явно эта схема не обозначается). Впоследствии на занятиях по теории и методике обучения математике на третьем курсе они знакомятся с ней непосредственно, закрепляют и применяют на практике.

Вторым важным моментом в методической подготовке студентов на практических занятиях по математическому анализу является знакомство их с методикой обучения решению задач, в частности с этапами решения задачи. Основные требования к обучаемым со стороны преподавателя при решении задач должны заключаться в умении:

1) проводить подробный анализ задачи;

2) обосновывать все предложенные способы решения и выбирать из них наиболее рациональный;

3) объяснять, на основе какого теоретического факта совершается то или иное действие при решении задачи;

4) формулировать выводы по решению данной задачи;

5) составлять задачи, аналогичные данной, и, применяя метод аналогии, выполнять их решения;

6) приводить примеры или контрпримеры к данному утверждению;

7) выделять и формулировать подзадачи данной задачи (если она сложная);

8) указывать связь данной задачи с другими задачами и т.д.

Наряду с традиционными задачами, которые содержатся в учебниках и сборниках задач, студенты должны решать и задачи тестового характера. Это позволит подготовить их к использованию тестов в школьной практике.

Как известно, в 2001–2002 гг. в педагогических вузах значительно возросло внимание к тестовому контролю знаний. Эксперимент по введению Единого государственного экзамена (ЕГЭ) по математике в тестовой форме привел к широкому использованию тестов в школьной практике. Тестовая проверка знаний школьников стала рассматриваться как определенная подготовка к ЕГЭ. Всё это привело к необходимости изучения школьных тестов в педагогическом вузе и формирования умений у будущих учителей математики использовать тесты в процессе обучения учащихся, а также самостоятельно составлять различные виды тестов по математическим дисциплинам.

В целях тестового контроля знаний сегодня используются различные интернет-технологии: интернет-экзамен, интернет-олимпиада и др. Вместе с тем, такие новые образовательные технологии в высшей школе, как, например, блочно-модульная система обучения и рейтинговый учет деятельности студентов, предполагают тестирование в качестве контрольной аттестации. Однако следует заметить, что математическая подготовка студентов в педагогическом вузе имеет свои особенности. В отличие от технического вуза, она предполагает интеграцию математических и методических умений обучаемых. Поэтому разработка структуры и содержания тестовых заданий в педагогическом вузе имеет свою специфику. Например, на начальном этапе обучения мы делим тесты по математическому анализу на несколько типов.

Первый тип – это задания с выбором ответа, направленные на понимание введенных определений, терминов, утверждений. Сюда же относятся и задания типа: «Верно ли утверждение…» или аналогичные им, например:

1. Верно ли утверждение: «Произведение ограниченной последовательности на бесконечно малую последовательность есть бесконечно малая последовательность»?

2. Верно ли утверждение: «Разность двух бесконечно больших последовательностей есть бесконечно большая последовательность»?

3. Существует ли монотонно возрастающая неограниченная последовательность, не являющаяся бесконечно большой?

4. Какие из данных последовательностей ограничены:

а) $x_n = (-1)^n \frac{1}{n}$; б) $x_n = 2n$; в) $x_n = \ln n$;

г) $x_n = \sin n$; д) (x_n): 1, 0, 2, 0, 3, 0, 4, 0, 5, 0, 6, …?

5. Последовательность $x_n = \lg\frac{2}{1} + \lg\frac{3}{2} + \lg\frac{4}{3} \dots + \lg\frac{n+1}{n}$, $n = 1, 2, \dots$

а) возрастающая б) убывающая в) не является монотонной.

Задания с выбором ответа можно использовать не только для контроля знаний, но и для обсуждения их на обычных практических занятиях, только в этом случае студенты дают ответы устно с обоснованием или приведением контрпримера. Тем самым у каждого студента формируется навык математически грамотно, корректно и лаконично выражать свою мысль, что очень важно для будущего педагога.

Второй тип – это задания, в которых требуется привести пример математического объекта, удовлетворяющего определенным условиям:

1. Приведите пример последовательности, которая ограничена и расходится.
2. Приведите пример последовательности, которая возрастает и сходится к числу 2.

К ***третьему типу*** относятся задания на усвоение математической символики, подобные следующим:

1. Запишите определение последовательности, сходящейся к числу a, с помощью символов $\exists$ (существует), $\forall$ (любой). Приведите пример сходящейся последовательности.

2. Запишите определение ограниченной последовательности с помощью символов $\exists$, $\forall$. Приведите пример ограниченной последовательности.

Студентам предлагаются аналогичные задания на установление соответствия понятия и символической записи его определения.

Четвертый тип – задания на установление логической последовательности утверждений, например:

«Расставьте знаки логического следования («следует») между заданными утверждениями. Каждый знак обоснуйте ссылкой на теорему или доказательством:

(1) – последовательность бесконечно большая;

(2) – последовательность не ограничена;

(3) – последовательность расходится».

Особую группу составляют задания, в которых используются геометрические представления или описания этих представлений на геометрическом языке. Такие задания делятся на два вида: в одних требуется раскрыть геометрический смысл понятия, теоремы, формулы; в других – задать формулой изображенный геометрический объект или выяснить справедливость утверждения по заданному графическому изображению.

В целом все задания не требуют каких-либо дополнительных знаний и направлены на понимание изученных определений и теоретических фактов и на формирование умений применять их при решении задач, делать обоснованные выводы, применять аналогию, обобщение, конкретизацию, приводить соответствующие примеры и контрпримеры. Все эти умения необходимы будущему учителю математики.

3. В последнее время значительно возросла роль **самостоятельной работы** студентов в педвузе. Доля её при изучении математических дисциплин в условиях бакалавриата составляет 37–40%. Самостоятельная работа является естественным продолжением деятельности студентов на лекциях и практических занятиях. Основная часть времени, отводимого на самостоятельную работу, приходится на решение задач, поэтому здесь целесообразно использовать индивидуальные и дифференцированные задания с отчетом. В процессе отчета проверяется не только правильность решения задач, но и умение студента объяснить решение, опираясь на изученные определения, теоремы, методы.

Выполнение на первом и втором курсах бакалавриата индивидуальных, контрольных и тестовых заданий позволяет осуществлять диагностику и самодиагностику эффективности самостоятельных работ, при этом у студентов формируются навыки самоконтроля, самооценки, осмысления и коррекции своих действий. Постепенно учащиеся овладевают способами самообразования, которые пригодятся им в будущем. Таким образом, происходит формирование самостоятельности как качества личности.

Большие возможности для интеграции математических и методических умений студентов педвуза предоставляет подготовка и проведение «Недели математического творчества», которая может включать в себя:

1) *олимпиаду* по высшей математике;

2) *научную конференцию студентов,* на которой они выступают с сообщениями о результатах своей научно-исследовательской деятельности по математике или методике преподавания математики в школе;

3) *день истории математики,* в ходе которого проводится конкурс рефератов и презентаций по истории математики, студенты выступают с докладами, посвященными известным математикам, проводится историческая викторина;

4) *интеллектуальное состязание* (математический брэйн-ринг);

5) *день методики преподавания математики,* где студенты проходят тестирование, защищают свои методические разработки, показывают фрагменты уроков;

6) *подведение итогов и награждение победителей.*

В настоящее время появилась возможность значительно усовершенствовать проведение мероприятий такого рода благодаря использованию мультимедийных средств и различных компьютерных технологий.

В процессе подготовки к «Неделе математического творчества» студенты углубляют свои знания как по математическим дисциплинам, так и по теории и методике обучения математике в школе. Кроме того, они усваивают форму проведения таких мероприятий.

Необходимость интеграции математических и методических знаний и умений студентов педвуза подчеркивают в последнее время и проводимые Всероссийские олимпиады по математике и методике её преподавания.

Таким образом, при изучении математических дисциплин можно реально формировать у студентов педагогического вуза методические умения, отвечающие всем современным требованиям. С другой стороны, методизация математических курсов и соответствующая организация самостоятельной и научно-исследовательской работы студентов позволяет повысить качество их математического образования и усилить его профессиональную направленность.

Список литературы:

1. *Давыдов, В. В.* Проблемы развивающего обучения / В.В. Давыдов. – М.: Педагогика, 1986. – 240 с.
2. *Зверев, И. Д.* Состояние и перспективы разработки проблемы методов обучения в современной школе / И. Д. Зверев // Проблемы методов обучения в современной общеобразовательной школе. – М. : Педагогика, 1980. – С. 5–16.

3. *Кудрявцев, Л. Д.* Курс математического анализа: в 3 т. / Л. Д. Кудрявцев. – М.: Дрофа, 2003–2006.
Т. 1: 2003. – 704 с.
Т. 2: 2004 – 720 с.
4. Лабораторные и практические работы по методике преподавания математики: учеб. пособие для студентов физ.-мат. спец. пед. ин-тов / под ред. Е. И. Лященко. – М.: Просвещение, 1988. – 223 с.
5. *Саранцев, Г. И.* Методическая подготовка учителя математики в педвузе в современных условиях: состояние, проблемы / Г. И. Саранцев // Гуманитаризация среднего и высшего математического образования: состояние перспективы: сб. науч. тр. всерос. науч. конф. / под ред. Г. И. Саранцева. – Саранск: Мордов. гос. пед. ин-т, 2005. – С. 3–6.

Spisok literatury:

1. *Davydov, V. V.* Problemy razvivaiushchego obucheniia / V.V. Davydov. – M.: Pedagogika, 1986. – 240 s.
2. *Zverev, I. D.* Sostoianie i perspektivy razrabotki problemy metodov obucheniia v sovremennoĭ shkole / I. D. Zverev // Problemy metodov obucheniia v sovremennoĭ obshcheobrazovatel'noĭ shkole. – M. : Pedagogika, 1980. – S. 5–16.
3. *Kudriavtsev, L. D.* Kurs matematicheskogo analiza: v 3 t. / L. D. Kudriavtsev. – M.: Drofa, 2003–2006.
T. 1: 2003. – 704 s.
T. 2: 2004 – 720 s.
4. Laboratornye i prakticheskie raboty po metodike prepodavaniia matematiki: ucheb. posobie dlia studentov fiz.-mat. spets. ped. in-tov / pod red. E. I. Liashchenko. – M.: Prosveshchenie, 1988. – 223 s.
5. *Sarantsev, G. I.* Metodicheskaia podgotovka uchitelia matematiki v pedvuze v sovremennykh usloviiakh: sostoianie, problemy / G. I. Sarantsev // Gumanitarizatsiia srednego i vysshego matematicheskogo obrazovaniia: sostoianie perspektivy: sb. nauch. tr. vseros. nauch. konf. / pod red. G. I. Sarantseva. – Saransk: Mordov. gos. ped. in-t, 2005. – S. 3–6.

Интернет-журнал
«Проблемы современного образования»
2013, № 4